三角関数の公式一覧

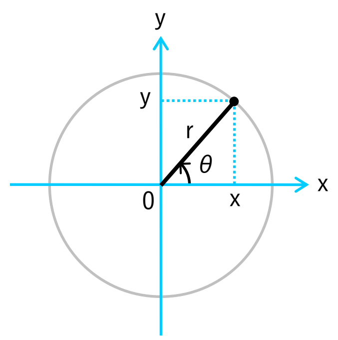
電験２種学習教材 / 制作者 かわっち / 電験３種Web / ver 4.00

① 三角関数の定義

① $\sin\theta = \dfrac{y}{r}$

② $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

③ $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$



x、y：座標　r：長さ

④ $\dfrac{1}{\sin\theta} = \mathrm{cose}\,\theta$

⑤ $\dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

⑥ $\dfrac{1}{\tan\theta} = \cot\theta$

● 逆三角関数

① $\theta = \sin^{-1}\dfrac{y}{r}$

② $\theta = \cos^{-1}\dfrac{x}{r}$

③ $\theta = \tan^{-1}\dfrac{y}{x}$

② 三角関数の相互関係

① $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

② $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

③ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

③ 三角関数 $(-\theta)$ の変換

① $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

② $\cos(-\theta) = \cos\theta$

③ $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

④ 三角関数 $(\theta+\pi)$ の変換

① $\sin(\theta+\pi) = -\sin\theta$

② $\cos(\theta+\pi) = -\cos\theta$

③ $\tan(\theta+\pi) = \tan\theta$

⑤ 三角関数 $\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)$ の変換

① $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

② $\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$

③ $\tan\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

⑥ 三角関数 $(\pi-\theta)$ の変換

① $\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$

② $\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$

③ $\tan(\pi-\theta) = -\tan\theta$

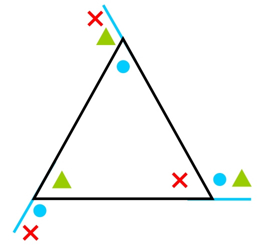
⑦ 三角関数 $\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$ の変換

① $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta$

② $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \sin\theta$

③ $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \cot\theta$

● 三角形の性質



●＋▲＋✕ ＝180°

① 三角形の内角の和は 180° である。

② 三角形の外角は、外角と隣り合わない二つの内角の和に等しい。

③ 三角形の三つの頂点を通る円を外接円といい、一つの三角形に一つの外接円が対応する。

● n角形の内角と外角の性質

① n角形の内角の和は、$180°\times(n-2)$ である。

② n角形の外角の和は、360° である。

⑧ 加法定理

① $\sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

② $\cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

③ $\tan(\alpha\pm\beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

⑨ 加法定理から導くことができる公式

① 角の変換公式　例 $\sin(-\theta) = \sin(0-\theta) = -\sin\theta$

② 2倍角の公式

③ 和を積に変換する公式

④ 積を和に変換する公式

⑤ 三角関数の合成

⑩ 2倍角の公式

① $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

② $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= 1 - 2\sin^2\theta$

$= 2\cos^2\theta - 1$

③ $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

⑪ 2倍角の公式 ② から

① $\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$

② $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}$

⑫ 積を和に変換する式（積和公式）

① $\sin A\cos B = \dfrac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$

② $\sin A\sin B = -\dfrac{1}{2}\{\cos(A+B) - \cos(A-B)\}$

③ $\cos A\cos B = \dfrac{1}{2}\{\cos(A+B) + \cos(A-B)\}$

⑬ 和を積に変換する式（和積公式）

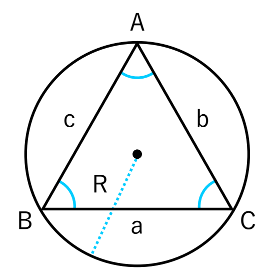
① $\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

② $\sin A - \sin B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

③ $\cos A + \cos B = 2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

④ $\cos A - \cos B = -2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

⑭ 正弦定理 ① と 余弦定理 ② ～ ④



R：外接円の半径

① $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

② $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos A$

③ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cdot\cos B$

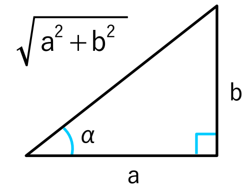
④ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos C$

⑮ 三角関数の合成

$a\cdot\sin\theta + b\cdot\cos\theta$

↓

$\sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\theta+\alpha)$



$\alpha = \tan^{-1}\dfrac{b}{a}$

微分積分学の公式一覧

1 微分公式一覧

① $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$

② $\left(\log_a x\right)' = \dfrac{1}{x}\log_a e$

③ $\left(\ln x\right)' = \dfrac{1}{x}$

④ $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$

⑤ $\left(e^x\right)' = e^x$

⑥ $\left(\sin x\right)' = \cos x$

⑦ $\left(\cos x\right)' = -\sin x$

⑧ $\left(\tan x\right)' = \sec^2 x$

2 微分法の一般規則

① $\left(c\right)' = 0$

② $\left(cu\right)' = cu'$

③ $\left(u \pm v\right)' = u' \pm v'$

④ $\left(uv\right)' = uv' + vu'$

⑤ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{vu' - uv'}{v^2}$

⑥ $y = f(u)$, $u = g(x)$ ➡ 合成関数 $y = f(g(x))$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

3 積分公式一覧

① $\displaystyle\int a\,dx = ax + c$

② $\displaystyle\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$

③ $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x + c$

④ $\displaystyle\int e^x\,dx = e^x + c$

⑤ $\displaystyle\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

⑥ $\displaystyle\int \sin x\,dx = -\cos x + c$

⑦ $\displaystyle\int \cos x\,dx = \sin x + c$

⑧ $\displaystyle\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

$$g'(x) = f(x) \;\Rightarrow\; \int f(x)\,dx = g(x) + c \;\Rightarrow\; \frac{d}{dx}\left(\int f(x)\,dx\right) = f(x)$$

4 定積分の性質

① $\displaystyle\int_a^a f(x)\,dx = 0$

② $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

③ $\displaystyle\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$

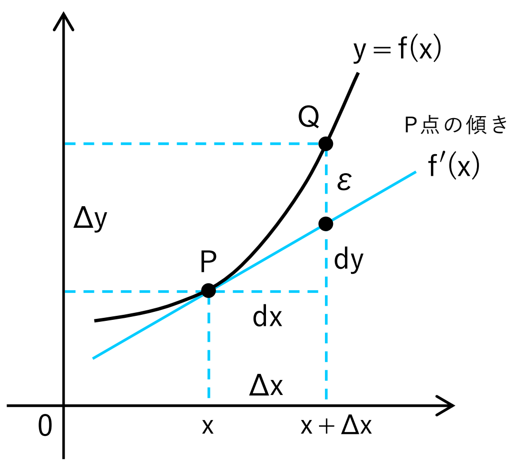
④ $\displaystyle\int_a^b \left\{ f(x) \pm g(x) \right\} dx = \int_a^b f(x)\,dx \pm \int_a^b g(x)\,dx$

⑤ $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

● xの微分とyの微分

dx を xの微分、dy を yの微分という。

$\dfrac{dy}{dx}$ を分数式のように分離して扱うことができる。



$$\Delta y = f'(x)\Delta x + \varepsilon$$

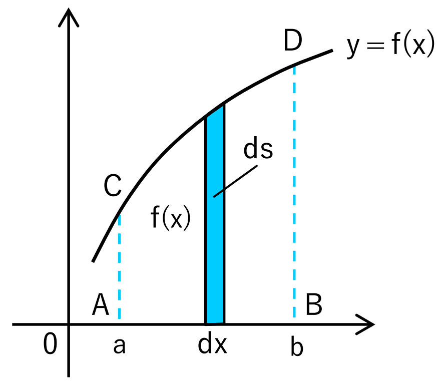
⬇

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \to 0} \left\{ f'(x)\Delta x + \varepsilon \right\}$$

⬇

$$dy = f'(x)\,dx$$

● 定積分への応用



微小面積 dsから面積 S_{ABCD}

$$ds = f(x)\,dx \;\Rightarrow\; \int_a^b ds = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$S_{ABCD} = \int_a^b f(x)\,dx$$

● 特別な工夫による積分法

関数 y＝f(x) の初期形では積分が困難な場合がある。
真っ先に考えるべき方法として、① 置換積分法　② 部分分数分解による積分法　③ 部分積分法がある。
これらの方法でも積分が成功するとは限らないが、有力な手段となっている。
与えられた条件から積分を行う式を立てる場合は、積分可能な形の式を立てることを意識する。

① 置換積分法

関数 y＝f(x) の変数 x を u に、dx を du に置換して積分を行う方法。

② 部分分数分解による積分法

関数 y＝f(x) を部分分数に分解して積分を行う方法。

③ 部分積分法

微分法の積の規則から導いた、下式の部分積分公式を適用して積分を行う方法。
関数 y＝f(x) を二つの関数の積 uv′ と考えて、u′v が積分可能なら成功である。

$$\int uv'\,dx = uv - \int u'v\,dv$$